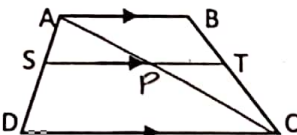
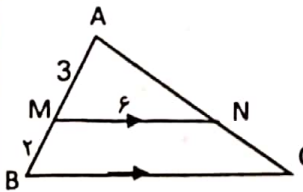
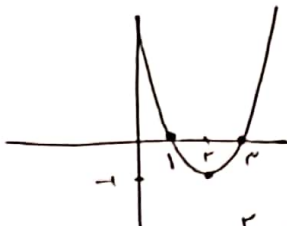
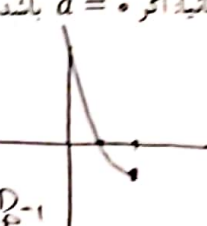
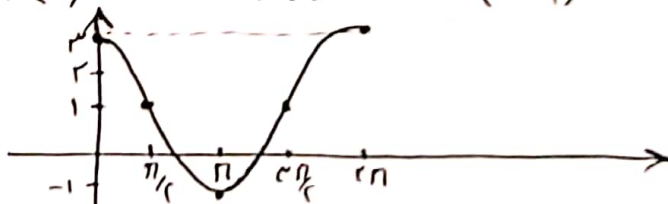
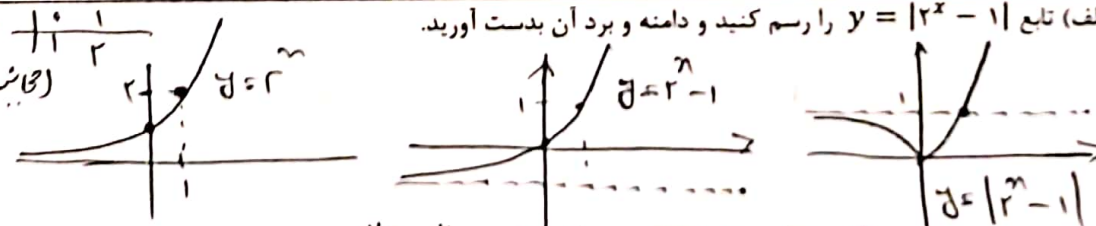




ردیف	فرزندان خویم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	بارم
۱	فاصله نقطه $A(-2, 3)$ از خط $3x + 4y - b = 0$ برابر ۱ می‌باشد. مقادیر قابل قبول برای b را بدست آورید. $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 1 = \frac{ -6 + 12 - b }{\sqrt{9 + 16}} \Rightarrow 5 = 4 - b \Rightarrow 4 - b = \pm 5$ $\begin{cases} 4 - b = 5 \rightarrow 1 = b & \text{ق ق} \\ 4 - b = -5 \rightarrow 11 = b & \text{ق ق} \end{cases}$	۱
۲	معادله زیر را حل کنید و جواب‌های قابل قبول را مشخص نمایید: $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \Rightarrow x+1 = 1 + 2x-5 + 2\sqrt{2x-5}$ $\Rightarrow -x+5 = 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow x^2 + 20x - 100 = 8x - 20 \Rightarrow x^2 - 12x + 60 = 0$ $\Rightarrow (x-10)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 & \text{ق ق} \checkmark \\ x=10 & \text{ق ق} \times \end{cases}$	۱
۳	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) از سه نقطه غیر واقع بر یک خط راست، چند دایره می‌گذرد؟ <u>یک دایره</u> (ب) مرکز دایره محاطی هر مثلث، محل تقاطع <u>نیم‌خط‌های منتهی‌الداخل</u> است.	۰/۵
۴	در دوزنقه مقابل ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$ ($ST \parallel AB$)  $\left. \begin{array}{l} \triangle ADC: SP \parallel DC \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AP}{PC} \\ \triangle ABC: PT \parallel AB \Rightarrow \frac{BT}{TC} = \frac{AP}{PC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$	۱
۵	در شکل زیر مساحت دوزنقه MNCB چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟  $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = 5$ $\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$ $\Rightarrow S_{MNCB} = \frac{24}{25} S_{ABC}$	۱

۱/۵	تابع با ضابطه $y = x^2 - 4x + 3$ در بازه $(-\infty, a]$ یک به یک می باشد. اولاً حداکثر مقدار a چقدر است؟ (راه حل) ثانیاً اگر $a = 0$ باشد، ضابطه معکوس این تابع را بدست آورید.  $(-\infty, a] \Rightarrow$ برای اینکه در بازه یک به یک شود $\Rightarrow$ $\max a = 2$ $a = 0 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 : (-\infty, 0]$ $x = y^2 - 4y + 3 \Rightarrow y^2 - 4y - x + 3 = 0 \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{2 + x - 3} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{x+1}$ 
۱	اگر $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \sqrt{2x-3}$ باشد، ضابطه تابع $(f \cdot g)(x)$ را بنویسید. $D_f = \mathbb{R}$ $D_g = [\frac{3}{2}, +\infty)$ $\Rightarrow D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = [\frac{3}{2}, +\infty)$ $x \in [\frac{3}{2}, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} f(x) \leq x^2+1 \\ g(x) \leq \sqrt{2x-3} \end{cases} \Rightarrow (f \cdot g)(x) = (x^2+1)\sqrt{2x-3}$
۱۵	در دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر، طول کمانی از دایره را حساب کنید که زاویه مرکزی مقابل آن 135° درجه است. $R = 10$ $\theta = 135^\circ \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4} \text{ رادیان}$ $\Rightarrow \theta = \frac{L}{R} \Rightarrow L = R\theta \Rightarrow L = 10 \times \frac{3\pi}{4}$ $\Rightarrow L = \frac{10\pi}{2} \quad L = \frac{10 \times 3 \times 1.57}{2}$
۱/۵	اگر $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت زیر را بر حسب a بدست آورید. $\frac{2 \sin 255^\circ - 2 \cos 195^\circ}{-\cos 75^\circ - 2 \cos 7.5^\circ} = \frac{-2 \cos 10^\circ + 2 \cos 10^\circ}{-\sin 10^\circ - 2 \cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ}{-\sin 10^\circ - 2 \cos 10^\circ} = \frac{1}{-\tan 10^\circ - 2}$ $= \frac{1}{-a-2} = \frac{-1}{a+2}$
۱	تابع $y = -2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) + 1$ را رسم کنید. $y = -2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) + 1 \Rightarrow y = 2 \cos(x) + 1$ 
۱/۵	الف) تابع $y = 2^x - 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن بدست آورید. ب) معادله را حل کنید. $9^{2y-2} - 27y+1 = 0 \Rightarrow 9^{2y-2} = 27y-1 \Rightarrow 3^{4y-4} = 3^{3y-1} \Rightarrow 4y-4 = 3y-1 \Rightarrow y = 3$ 

	الف) اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log \frac{\sqrt{10}}{8}$ را بر حسب a و b بدست آورید. $\log \frac{\sqrt{10}}{8} = \log \sqrt{10} - \log 8 = \frac{1}{2} \log 10 - 3 \log 2 = \frac{1}{2} (\log 2 + \log 5) - 3 \log 2 =$ $\frac{1}{2} b + \frac{1}{2} \log 5 - 3a = \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} (1 - \log 2) - 3a = \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} a - 3a =$ $= \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} - \frac{7}{2} a$ ب) معادله زیر را حل کنید: $\log \left(\frac{r^2 x + 1}{x} \right) = 2 - \log \left(\frac{x-6}{x} \right) \Rightarrow \log \left(\frac{r^2 x + 1}{x} \right) + \log \left(\frac{x-6}{x} \right) = 2 \Rightarrow$ $\log \left(\frac{(r^2 x + 1)(x-6)}{x^2} \right) = 2 \Rightarrow x^2 = (r^2 x + 1)(x-6) \Rightarrow x^2 = r^2 x^2 - 6r^2 x + x - 6 \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2 - 0x - 22 = 0 \Rightarrow (x-11)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=11 & \checkmark \\ x=-2 & \times \end{cases}$	۱۲
۲/۵	حدود زیر را حساب کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{2x^2-x-12} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{(x-4)(2x+3)} \times \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} =$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)-4}{(x-4)(2x+3)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{11 \times 5} = \frac{1}{55}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-2x}{ x-2 } = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x-2)}{-(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x) = -2$ ج) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{[x]} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x}{[x]} = \frac{-2}{-2} = +1 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{[x]} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow \text{این تابع در نقطه } x = -2 \text{ چگانه نیست}$	۱۳
	تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & : x > 1 \\ ax-2a+2 & : x \leq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x_0 = 1$ پیوسته است؟ $f(1) = a - 2a + 2 = -a + 2$ $\lim_{n \rightarrow 1} f(n) = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{2n^2-n-1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(2n+1)(n-1)}{n-1} = 3$ $\Rightarrow -a + 2 = 3 \Rightarrow a = -1$	۱۴

۱۵	دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را بدست آورید. $A \rightarrow$ هر دو عدد زوج زوج $B \rightarrow$ مجموع اعداد رو شده ۸ $P(A B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$ $A \cap B = \{(2, 4), (4, 2), (6, 2)\} \rightarrow n(A \cap B) = 3$ $B = \{(2, 4), (4, 2), (6, 2), (2, 6), (4, 4), (6, 0)\} \rightarrow n(B) = 6$ $\rightarrow P(A B) = \frac{3}{6}$
۱۶	اگر $P(A) = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A B) = \frac{2}{3}$ باشند، مقدار $P(A \cap B)$ را حساب کنید. $P(A \cap B) = P(A B) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{5}{4}$ $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$
۱۷	واریانس ۵ داده آماری صفر است. اگر سه داده ۵ و ۸ و ۱۰ را به داده‌ها بیفزاییم، میانگین داده‌ها ۶ می‌شود. واریانس هشت داده چند است؟ $5x + 10 + 1 + 5 = 4 \Rightarrow 5x + 13 = 4 \Rightarrow 5x = -9 \Rightarrow x = -1.8$ $S^2 = \frac{5 \times (-1.8)^2 + (5-5)^2 + (1-5)^2 + (10-5)^2}{4} = \frac{9 + 0 + 16 + 25}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$
	نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ